

**VIENA NAVJE-STOKSO LYGČIŲ
SU GREIČIO-SLĖGIO KINTAMAISIAIS
SKIRTUMINIŲ SCHEMŲ KLASĖ**

Viačeslavas ABRAŠINAS, Sergejus LAPKO

Šame darbe sudaromos ir tiriamos dvimačių Navje-Stokso lygčių su greičio-slėgio kintamaisiais skirtuminės schemos, pasižyminčios eile svarbių savybių. Energiškai neutralios konvekcinių narių ir slėgio gradientų aproksimacijos garantuoja siūlomų algoritmų konservatyvumą ir besąlyginį stabilumą. Darbe nagrinėjamos ir iteracinės ir neiteracinės schemos, tiriamas jų stabilumas ir konvergavimas. Įrodoma gaunamų šiomis schemomis greičio komponentių ir slėgio gradientų egzistencija ir vienatis. Greta neekonomiškų penkiataškių algoritmų pateikiami ir ekonomiškai greičio komponentių algoritmai, kurie realizuojami tritaškės perkelties kiekviena erdvės kryptimi metodu.

Raktažodžiai: neiteracinės ir iteracinės schemos, konservatyvumas ir besąlyginis stabilumas, iteracinio proceso konvergavimas, sprendinio egzistencija ir vienatis.

**APIE METODŲ NETIESINĖMS
SKIRTUMŲ SCHEMOMS TIRTI IR
MINIMIZACIJOS ALGORITMŲ ATITIKIMA**

Raimondas ČIEGIS, Remigijus ČIEGIS,
Regimantas ČIUPAILA

Straipsnyje nagrinėjamas laisvo paviršiaus formos nustatymo uždavinio skirtuminio sprendinio egzistavimo ir jo konvergavimo problema. Įrodyta, kad dažniausiai naudojamos pakankamos netiesinių skirtumų schemų sprendinio konvergavimo sąlygos yra ekvivalencijos atitinkamo funkcionalo globalinio minimumo egzistavimo sąlygoms. Skirtumų schema su papildoma nelokaline sąlyga ir yra gaunama, kaip būtina minimumo sąlyga. Nagrinėjant sąlyginės minimizacijos uždavinį (apibendrintas skirtumų schemos formulavimas) įrodytas skirtuminio sprendinio egzistavimas. Tokiu pat būdu yra tiriama ir iteraciniai procesai, naudojami realizuojant netiesinę skirtumų schemą su papildoma nelokaline sąlyga. Pasiūlytas naujas parametrizuotų skirtumų schemų konstravimo būdas, leidžiantis išvengti papildomos nelokalinės sąlygos nagrinėjimo.

Raktažodžiai: netiesinė skirtumų schema, netiesinė sąlyginė minimizacija, laisvo paviršiaus nustatymo uždavinys.

**KONVEKCIŅĖS DIFUZIJOS LYGČIŲ
BAIGTINIŲ ŠKIRTUMŲ ALGORITMAI
ELEKTROFOREZĖS PROBLEMOJE**

Sergejus JERMAKOVAS, Olga MAŽOROVA,
Jurijus POPOVAS

Matematiškai modeliuojant daugelį technologinių uždavinių, pavyzdžiui elektroforezės uždavinį, tenka spręsti konvekcines difuzijos lygtį su mažu parametru prie Laplaso operatoriaus. Naudojant šio uždavinio sprendimui baigtinių skirtumų schemas tenka imti skirtumų tinklus, kurių erdvinis žingsnis yra mažo parametro eilės. Kadangi toks žingsnio parinkimas yra gerokai varžantis, straipsnio autoriai siūlo skirtumų schemas su dirbtine dispersija. Šios schemas leidžia pasiekti pakankamą sprendinio tikslumą ir grubiuose erdviniuose tinkluose.

Tokių schemų konstravimas ir analizė grindžiami diferencialiniu artiniu metodu. Į žinomą antros eilės tikslumo schemą įvedami papildomi antidispersiniai nariai. Jų pagalba žymiai sumažinami nefizikiniai sprendinio svyravimai staigaus kitimo srityse. Tokie svyravimai būdingi antros eilės schemoms grubiuose tinkluose.

Vienas iš schemų su dirbtine dispersija didesnis efektyvumas, lyginant su tradicinėmis, demonstruojamas sprendžiant du uždavinius: testinį tiesinį ir dviejų medžiagų mišinio atskyrimą stiprių elektrolitų aplinkoje. Pateikiami skaitinio izotachoforezės modeliavimo rezultatai įvairiems elektrolitams.

Raktažodžiai: baigtinių skirtumų schema, diferencialinis artinys, elektroforezė.

**ATSITIKTINIO ŽINGSNIAVIMO FUNKCIJOS
GLOBALINIS OPTIMIZAVIMAS****Morgan HERNDON, Cary PERTTUNEN, Bruce STUCKMAN**

Atsitiktinis žingsniavimas gali būti panaudotas įvairių atsitiktinių diskretinių procesų modeliavimui. Yra įdomu rasti šios funkcijos maksimumą. Tiesioginiai metodai skaičiuoja tikslo funkcijos reikšmes visuose taškuose ir tuo būdu randa didžiausią. Tačiau tikslingiau yra ieškoti maksimumo apsieinant be funkcijos reikšmių skaičiavimo visuose taškuose. Toks paieškos būdas ir pasiūlytas šiame darbe. Jis naudojasi tikimybinėmis priemonėmis ieškant, kam labiausia tikėtina, jog bus pikas. Sudaryta kompiuterinė programa, realizuojanti šią strategiją. Įvairios atsitiktinio žingsniavimo funkcijos buvo generuojamos tyrimo metu.

Rezultatai labai priklauso nuo funkcijos struktūros ir žingnių skaičiaus. Tačiau funkcijos reikšmių skaičiavimų skaičius yra mažesnis nei taškų skaičius. Taip pat pastebėta, jog algoritmas veikia greičiau esant ilgesnėms funkcijoms.

Raktažodžiai: atsitiktinio žingsniavimo funkcija, globalinis optimizavimas.

**EURISTIKOS SU BLOGIAUSIO ATVEJO
ĮVERTINIMU BESĄLYGINIAME KVADRATINIAME
0-1 PROGRAMAVIME**

Gintaras PALUBECKIS

Straipsnyje pateikiamos dvi euristikos, skirtos besąlyginio kvadratinio 0-1 programavimo uždavinio sprendimui. Pirmoji euristika realizuoja labiausiai statų pakilimą iš hiperkubo (uždavinio leistinių sprendinių srities) centro. Antroji formuoja sprendinių seką. Tikslų funkcijos f reikšmė, atitinkanti $i - m$ sekos sprendiniui, yra nemažesnė už vidutinę f reikšmę F_i visų 0-1 vektorių, turinčių lygiai i vienetų, aibėje. Euristikos darbo rezultatu yra geriausias sprendinys.

Euristikų veikimo įvertinimui yra siūloma naudoti santykį $K = (f(x^0) - f(x)) / (f(x^0) - f(1/2))$, čia x^0 , x - atitinkamai optimalus ir bet kuris sprendiniai (maksimizacijos uždaviniui). Parodyta, kad abiem euristikoms visada $K < 1$, ir egzistuoja uždavinių pavyzdžiai, kuriems K yra norimai artimas 1. Sprendiniams x , kuriuos formuoja antroji euristika, $f(x) \geq \max\{F_i \mid i = 0, 1, \dots, n\}$, ir jeigu $P \neq NP$, tai šis įvertis yra nepagerinamas. Nustatyta, kad lokalinės paieškos algoritmams blogiausiu atveju $K > 1$.

Buvo atliktas kompiuterinis eksperimentas, kurio metu aprašytos euristikos buvo lyginamos su lokalinės paieškos algoritmais, naudojant dvi serijas atsitiktinai sugeneruotų uždavinių. Jo rezultatai pateikiami baigiamojoje straipsnio dalyje.

Raktažodžiai: kvadratinis 0-1 programavimas, euristikos, veikimo santykis, lokalinės paieškos algoritmai.

**SUSIDŪRIMŲ LIKVIDAVIMO
ALGORITMO OPTIMIZACIJA**

Saulius SIMNIŠKIS

Analizuojama problema būdinga lokaliams tinklams, dirbantiems pagal kolektyvinės kreipties protokolą. Tam tikras skaičius mazgų atsitiktiniais laiko momentais gali pasiųsti pranešimus. Jei laiko intervalas tarp skirtingų mazgų perduodamų pranešimų mažesnis nei užduotas – įvyksta susidūrimas. Mes galime fiksuoti susidūrimą, tačiau negalime nustatyti jį sukėlusius mazgus. Susidūrimas likviduoti naudojamas hierarchinės dekompozicijos algoritmas. "Įtariamieji" mazgai suskirstomi į grupes ir kiekvienai grupei paskiriamas laiko intervalas. Procedūra kartojama tol, kol pavyksta persiųsti pranešimus be susidūrimo.

Darbe sprendžiamas uždavinys, kaip suskirstyti mazgus į grupes kiekviename hierarchiniame lygyje, kad būtų minimizuotas ilgiausias ir vidutinis susidūrimo likvidavimo laikas. Įrodyta, jog norint minimizuoti maksimalų susidūrimo likvidavimo laiką, mazgai kiekviename hierarchiniame lygyje turi būti dalinami į 3 lygias dalis. Šiuo atveju – laiko intervalų, sunaudotų susidūrimui likviduoti, skaičius $3 \ln \eta_0$ (η_0 – pradinis mazgų skaičius). Norint minimizuoti vidutinį susidūrimų laiką, reikia mazgus kiekviename hierarchiniame lygyje dalinti į 2 lygias dalis. Šiuo atveju vidutinis laiko intervalų skaičius bus $4(\eta_0 - 1)/\eta_0$.

Raktažodžiai: kolektyvinė kreiptis, lokalinis tinklas, susidūrimų likvidavimas, optimizavimas.

RADIJOLOKACINĖS PAIEŠKOS STRATEGIJŲ MODELIAVIMAS IR OPTIMIZAVIMAS

Vydūnas ŠALTENIS and Vytautas TIEŠIS

Straipsnyje nagrinėjamas radijolokatoriaus resursų paskirstymo uždavinys, siekiant optimizuoti objektų radijolokacinę paiešką. Objektų paieškos laikas minimizuojamas optimaliai paskirstant spinduliuojamą energiją erdvės kryptims ir optimizuojant signalų atpažinimo parametrus.

Bendru atveju radijolokacinės paieškos optimalaus valdymo uždavinys sunkiai sprendžiamas, todėl darbe apsiribota kelių paieškos strategijų optimizavimu ir šių strategijų (ciklinės apžvalgos bei įvairių daugiažingsnių strategijų) efektyvumo palyginimu.

Supaprastintais atvejais (pvz. laikant, kad objektai apžvalgos metu nejuda) optimalūs paieškos parametrai gali būti randami analitiškai arba skaitiniais matematinio programavimo metodais. Bendru atveju strategijų efektyvumo tyrimui naudotas statistinis modeliavimas. Siekiant sumažinti modeliavimo laiką naudoti kiek supaprastinti objektų judėjimo ir atpažinimo modeliai, kas leido paiešką vienoje kryptyje modeliuoti vidutiniais laikais bei prognozuoti diskretines objektų koordinates.

Skaičiuojamieji eksperimentai parodė, kad autorių pasiūlytos daugiažingsnės strategijos sumažina paieškos laiką 2–3 kartus. Šios strategijos nereikalauja didelių kompiuterinių resursų ir gali būti panaudojamos valdymui realiame laike.

Raktažodžiai: optimalus resursų paskirstymas, radijolokacinė paieška, daugiažingsnės strategijos.

APIE DETERMINISTINIŲ ALGORITMŲ KONVERGAVIMĄ PLAČIOMS FUNKCIJŲ KLASĖMS

Antanas ŽILINSKAS

Pastaraisiais metais paskelbta keletas straipsnių apie deterministinių optimizavimo algoritmų aksiominį apibrėžimą plačioms funkcijų klasėms. Ten pat nagrinėjamas jų konvergavimo klausimas. Teigiama, kad algoritmai, patenkinantys tam tikras sąlygas, generuoja bandymų seką, kuri bet kuriai tos klasės (pvz. tolydinių funkcijų) funkcijai teturi sankaupos taškus, sutampančius su globalinių minimumų taškais. Tačiau tokia išvada prieštarauja tam faktui, kad nagrinėjamosiose funkcijų klasėse visada galima surasti funkcijas, kurių reikšmės bandymų taškuose sutampa, bet globaliniai minimumai skiriasi, jei tik bandymų seka nėra visur tanki leistinojoje aibėje. Detaliau nagrinėjama algoritmų apibrėžimo plačioms funkcijų klasėms problema. Nurodoma, kaip kartais siauresnė funkcijų klasė interpretuojama kaip platesnė.

Atskirai panagrinėtas adaptyvių algoritmų konvergavimas. Parodyta, kad konstruktyvios adaptacijos atvejis iš esmės sutampa su anksčiau išnagrinėtuoju. Pagrindinė išvada: globalinio optimizavimo algoritmai konverguoja į globalinį bet kurios tolydinės (arba kitos pakankamai plačios klasės) funkcijos minimumą tada ir tik tada, kai jis generuoja visur tankią bandymų seką. Šia prasme Lipsico funkcijų su žinoma konstanta klasė nėra plati. Jai egzistuoja algoritmai, generuojantys bandymų sekas, kurių sankaupos taškai sutampa su globalinio minimumo taškais.

Raktažodžiai: globalinė optimizacija, konvergavimas, Lipsico funkcijos, adaptacija.