

## NETIESINIO UŽDAVINIO, APRAŠANČIO BANGOS FRONTO APGRAŽA, SKAITINIS SPRENDIMAS

Raimondas ČIEGIS

Straipsnyje nagrinėjami netiesinės optikos uždavinių su stipriai fokusuotomis pradinėmis sąlygomis skaitiniai sprendimo metodai. Sukonstruotos ir ištirtos adaptyvios variacinė - skirtuminė ir skirtuminės schemos, panaudojus kurias reikalaujamas tikslumas pasiekiamas konstruojant diskretinius tinklus su nedideliu taškų skaičiumi. Pagrindinė metodų idėja yra ta, kad skaitiškai randami tik nuokrypiai nuo tikslaus sprendinio. Skaitinis eksperimentas patvirtino adaptyvių schemų pranašumą lyginant su klasikinėmis skirtuminėmis schemomis. Diskretizuojant uždavinį pagal laikinę koordinatę, panaudota suminės aproksimacijos idėja, kai atskiriami laike skirtingi fizikiniai procesai. Įrodyta, jog sukonstruotos schemos yra konservatyvios. Antroje straipsnio dalyje sprendžiamas stacionarus uždavinys, aprašantis optinės bangos fronto apgražą. Pagrindinis sunkumas, konstruojant iteracinius procesus gautai netiesinių lygčių sistemai spręsti yra tas, jog pradinės sąlygos formuluojamos skirtinguose intervalo galuose. Pasiūlyta ir ištirta keletas iteracinių procesų, išnagrinėtas jų konservatyvumas. Pagrindinių metodų palyginimo kriterijumi pasiūlytas algoritmo realizacijos sudėtingumo kriterijus. Ap- tarti galimi algoritmų apibendrinimai.

Raktažodžiai: netiesinė optika, skaitinis modeliavimas, adaptyvios skirtuminės schemos.

**MODELIUOJAMAS ATKAITINIMAS  
PARAMETRŲ GRUPAVIME**

Gintautas DZEMYDA, Elvyra SENKIENĖ,  
Jūratė VALEVIČIENĖ

Darbas skirtas ekstremalinių parametrų grupavimo uždaviniui spręsti. Straipsnyje pateikiama uždavinio formuluotė, deterministinių grupavimo algoritmų apžvalga, jų sukūrimo principai bei taikymo sritys. Deterministinių algoritmų pagalba dažniausiai randamas tik lokalinis parametrų suskaldymo (sugrupavimo) gerumo funkcionalo maksimumas, kadangi jų efektyvumas labai priklauso nuo pradinio parametrų suskaldymo. Straipsnyje ekstremalinių parametrų grupavimo uždavinys suformuluojamas kaip kombinatorinio optimizavimo uždavinys. Jo sprendimui pasiūlyta panaudoti taip vadinamą atkaitinimo (annealing) strategiją, kilusią iš statistikinės termodinamikos. Pateikiama darbų šia tematika apžvalga. Pasiūlyti konkretūs algoritmai spręsti ekstremalinių parametrų grupavimo uždavinį kaip kombinatorinio optimizavimo uždavinį. Eksperimentinis tyrimas parodė, jog pasinaudojant modeliuojamo atkaitinimo algoritmais, galima rasti geresnius parametrų suskaldymus nei deterministiniais algoritmais. Taip pat naudinga apjungti šiuos algoritmus su deterministiniais, kurie yra greitesni, tačiau norint jais gauti geresnį rezultatą reikalingas geras pradinis suskaldymas. Tyrimai parodė, jog toks suskaldymas gali būti gautas jau po kelių modeliuojamo atkaitinimo algoritmo iteracijų.

Raktažodžiai: modeliuojamas atkaitinimas, parametrų grupavimas, kombinatorinis optimizavimas.

**TIKSLIOS PAGALBINĖS FUNKCIJOS**

J.EVTUŠENKO, V. ŽADAN

Darbe nagrinėjamas netiesinio programavimo uždavinys. Šiam uždaviniui įvedama nauja tikslios pagalbinės funkcijos sąvoka. Tikslios pagalbinės funkcijos minimumo taškų aibė sutampa su pradinio netiesinio programavimo uždavinio minimumo taškų aibe. Taigi tokių funkcijų įvedimas leidžia rasti uždavinio sprendinį vieną kartą minimizuojant tikslią pagalbinę funkciją. Tam atvejui, kai uždavinys turi Lagrandžo funkcijos balno tašką, pateikiamos pakankamos sąlygos, kurioms esant pagalbinė yra tiksli. Pagrindinis aparatas šioms sąlygoms gauti yra poliarinės funkcijos sąvoka ir Minkovskio-Malerio nelygė. Tikslų pagalbinių funkcijų klasė apima tikslų baudos funkcijų klasę. Darbe nagrinėjamos tikslios išorinės, vidinės ir mišrios baudos funkcijos. Taip pat pateikiamos ir kitos tikslų pagalbinių funkcijų klasės. Parodyta, jog kartu su tikslų baudos funkcijų metodais gali būti sukurti ir tikslų centrų metodai. Atskirai nagrinėjamos tikslios pagalbinės funkcijos, kurios yra tikslios modifikuotos Lagrandžo funkcijos.

Raktažodžiai: netiesinis programavimas, tiksli baudos funkcija, balno taškas, Lagrandžo funkcija.

**MINIMIZACIJOS ALGORITMAS, ESANT  
ATSITIKTINIAM TRIUKŠMUI**

Aldona KATKAUSKAITĖ

Nagrinėjama daugelio kintamųjų daugiaekstremės funkcijos minimumo ieškojimo problema, kai vienintelė objektyvi informacija yra kai kurios tikslo funkcijos reikšmės, lydimos atsitiktinio triukšmo. Formuojant minimizacijos algoritmą, naudojamas aksiominis metodas: iš pradžių formuluojamos paprastos intuityviai priimtinos aksiomos, iš kurių, jau kaip išvada, seka konkrečios statistinio modelio ir algoritmo struktūros. Mūsų atveju statistinis tikslo funkcijos modelis - atsitiktinė Gauso funkcija. Parodyta, kad pasiūlytas algoritmas konverguoja, kai minimizuojama diskretinėje aibėje. Skaičiuojamuoju požiūriu algoritmas yra gana sudėtingas, nes reikalauja atvirkštinės matricos skaičiavimo. Šios procedūros išvengiame, pakeisdami algoritmo parametrus - sąlyginę matematinę viltį ir dispersiją - lengviau skaičiuojamais įverčiais. Asimptotinės šių įverčių savybės leidžia sukurti konverguojantį modifikuotą algoritmą.

Raktažodžiai: globalinė optimizacija, atsitiktinis triukšmas, parametrų įverčiai.

**PROGRAMINIO APRŪPINIMO  
PROJEKTAVIMAS GLOBALINEI  
OPTIMIZACIJAI**

Audris MOCKUS, Linas MOCKUS

Straipsnyje nagrinėjamos interaktyvaus programinio aprūpinimo globalinei optimizacijai projektavimo problemos. Optimizavimo uždavinių sprendimą sudaro uždavinio matematinio modelio formulavimas ir jo savybių tyrimas. Kadangi šie du etapai yra tarpiai susiję, tikslinga programinį aprūpinimą pritaikyti abiem etapam integruoti vieningoje programavimo aplinkoje. Programinio aprūpinimo kūrimas reikalauja rasti formas, realizuojančias taikomosios srities koncepcijas programavimo aplinkoje bei rasti efektyvias programines priemones realizacijai. Straipsnyje aprašytas šių problemų sprendimo būdas dialoginiam pakete globalinio optimizavimo uždaviniams "Global Minimum". Paketo vidinė struktūra remiasi objektinio programavimo principais. Programiškai realizuotos koncepcijos, reikalingos optimizavimo uždavinių sprendime: optimizavimo metodas, tikslo funkcija, ribojimai, funkcijos aproksimacija.

Raktažodžiai: globalinė optimizacija, programavimo terpė.

**KVADRATINĖ 0-1 OPTIMIZACIJA**

Gintaras PALUBECKIS

Straipsnyje trumpai apžvelgiami kai kurie rezultatai, liečiantys kvadratinės 0-1 optimizacijos uždavinius ir jų sprendimo algoritmus. Pirmiausiai, aptariamas šių uždavinių sudėtingumas. Po to peržvelgiami kai kurie tikslūs bei euristiniai algoritmai. Didelis dėmesys skiriamas Lagranžo relaksacijos taikymo, sudarant šakų ir ribų algoritmus, klausimams. Taip pat nagrinėjami daugiasieniai, susieti su kvadratinėmis funkcijomis. Pateikiamos nelygybių, nusakančių tokių daugiasienių fasetus, šeimos. Parodoma, kad fasetines nelygybes galima panaudoti, norint gauti pakankamai tikslias ribas kvadratinų uždavinių tikslo funkcijos reikšmėms. Tarp euristinių yra išskiriami godus ir lokalinis algoritmai. Aptariami taip pat naujausi algoritmai, skirti kvadratinio paskirstymo uždavinio sprendimui. Baigiamojoje dalyje reziumuojami algoritmų analizės rezultatai. Aprašomas algoritmas besąlyginiam uždaviniui spręsti, visada garantuojantis sprendinį su tikslo funkcijos reikšme, ne mažesne už didžiausią iš vidutinių reikšmių, apskaičiuotų tam tikruose sprendinių poaibiuose. Jeigu  $P \neq NP$ , tai polinominio algoritmo su geresniu įvertinimu neegzistuoja. Apibrėžiamos algoritmų, naudojančių orakulą, lyginantį du sprendinius, klasės. Pateikiami algoritmų iš šių klasių tikslumo įvertinimai. Pabaigoje aprašoma procedūra, skirta kvadratinų besąlyginių uždavinių su 0-1 kintamaisiais generavimui, nurodant optimalius jų sprendinius. Demonstruojamas jos taikymo trijų euristinių algoritmų tyrime pavyzdys.

Raktažodžiai: kvadratinė 0-1 optimizacija, grafai, algoritmų analizė.

**SKAIČIAVIMO MAŠINŲ TINKLŲ  
PROTOKOLŲ KOREKTIŠKUMO ANALIZĖ  
IR MODELIAVIMAS, PANAUDOJANT  
AGREGATINĮ METODĄ**

Henrikas PRANEVIČIUS

Straipsnyje nagrinėjami skaičiavimo mašinų protokolų formalus aprašymas, korektiškumo analizės ir imitacinio modeliavimo uždaviniai, panaudojant agregatines matematinės schemas. Formaliai aprašant protokolus jie yra atvaizduojami visuma tarpusavyje atkarpomis sąveikaujančių tiesinių agregatų, o agregatų aprašymui yra naudojamas valdančiųjų sekų metodas. Kaip protokolų korektiškumo analizės metodas yra naudojamas pasiekiamų būsenų metodas, leidžiantis tirti bendras protokolų savybes: apribojimų išpildymas, specifikuojamo pertekliško nebuvimas, pilnumas, statinių ir dinaminės klavišų nebuvimas, pabaigiamumas. Agregatinių modelių panaudojimo privalumas yra tas, kad panaudojant vieningą protokolų formalų aprašymą gali būti sudaromi modeliai tiek protokolų korektiškumo analizei, tiek imitaciniam modeliavimui. Kaip pavyzdys yra pateikiami bazinės valdymo procedūros perduodant duomenis, panaudojant kanalinio, tinklinio ir transportinio lygių protokoluose, formalus aprašymas bei korektiškumo analizės ir imitacinio modeliavimo rezultatai.

Raktažodžiai: protokolų korektiškumo analizė, imitacinis modeliavimas, agregatinis metodas.

**ŠAKŲ IR TIKIMYBINIŲ RIBŲ METODAI  
GLOBALINIO EKSTREMUMO PAIEŠKAI**

Anatolij ŽIGLJAVSKIJ

Nagrinėjamas globalinio ekstremumo ieškojimo uždavinys, kai tikslo funkcija  $f$  tolydinė, o leistinoji aibė  $X$ -kompaktas  $n$ -matėje erdvėje. Aprašyti įvairūs šakų ir tikimybinių ribų metodai, apibendrinantys žinomus metodus taip, kad sprendimas apie tolimesnio ieškojimo aibės išrinkimą priimamas ne determinuotai, o statistiniais metodais. Viena iš pagrindinių sąvokų yra tolesnio ieškojimo poaibio perspektyvumas. Poaibio perspektyvumo kriterijaus apskaičiavimas remiasi statistinėmis išvadomis apie funkcijos maksimumą, kurios daromos remiantis funkcijos reikšmėmis atsitiktiniuose taškuose. Esant prielaidai, kad tikslo funkcija pakankamai glotni globalinio optimumo taško(taškų) aplinkoje, šį uždavinį galima pakeisti statistinių išvadų apie viršutinę atsitiktinio dydžio ribą uždaviniu, žinant  $r$  maksimalių ranginių statistikų, gautų iš pakartotinės to atsitiktinio dydžio imties. Pateikta išreikštinė optimalaus tiesinio įverčio formulė ir vienpusės statistinės hipotezės tikrinimo procedūra. Ankstesniame autoriaus darbe parodyta, kad optimalūs tiesiniai įverčiai yra asimptotiškai optimalūs ir jų tikslumas sutampa su maksimalaus patikimumo įverčių tikslumu.

Straipsnyje pateikti kai kurių skaitmeninių eksperimentų rezultatai. Jie parodo, kad optimalios procedūros šakų ir tikimybinių ribų metoduose iš esmės padidina šių metodų efektyvumą.

Raktažodžiai: globalinė optimizacija, atsitiktinė paieška, šakų ir ribų metodai, statistinės išvados.



**STATISTINIAI DAUGIAEKSTREMIŲ  
FUNKCIJŲ MODELIAI IR  
GLOBALINĖS OPTIMIZACIJOS  
ALGORITMŲ SUDARYMAS**

Antanas ŽILINSKAS

Apžvelgiamos problemos ir rezultatai iš statistinių daugiaekstremių funkcijų modelių srities. Informacija apie daugiaekstreminę funkciją dažnai būna labai netiksli, negriežta, tikėtino pobūdžio. Todėl natūraliausias modelis - statistinis. Formuluojamos prielaidos, kurios pagrindžia gan paprastus skaičiuojamąją prasme modelius, t.y. Gauso atsitiktinių dydžių šeimas, kurių matematinė viltis ir dispersija apibrėžiamos gan paprastomis formulėmis. Globalinio minimumo paieškos racionalumas apibrėžiamas aksiomiškai ir aptariamose gautųjų algoritmų savybės, tame tarpe konvergavimo sąlygos. Pateikiami kai kurie sudarytų algoritmų panaudojimo rezultatai: magnetinių atlenkimų sistemų optimalus projektavimas, pigmentinių kompozicijų optimali sintezė. Trumpai charakterizuojama sukurta programinė įranga.

Raktažodžiai: globalinė optimizacija, stochastiniai modeliai, optimalus projektavimas, racionalus išrinkimas.

## **PROGRAMAVIMO MOKYMO NEAKIVAIZDINIŲ BŪDŲ ASPEKTAI**

Gintautas GRIGAS

Įvardijamos mokymo kryptys, susijusios su kompiuteriais ir informatika vidurinėse mokyklose: kūryba, uždavinių sprendimas, programavimas, programavimo kalbos, kompiuteriai ir jų programinė įranga. Šios kryptys analizuojamos ir vertinamos dviem požiūriais: kaip galutinis tikslas ir kaip priemonė kitą tikslą pasiekti. Aptariamas neakivaizdinis programavimo mokymas kaip priemonė mokyti spręsti uždavinius ir lavinti kūrybinį mąstymą.

Apžvelgiamas neakivaizdinis programavimo mokymas Lietuvoje per pastarąjį dešimtmetį: Jaunųjų programuotojų mokykla (1981-1990), Jaunųjų programuotojų konkursai (1985-1989), Lietuvos TV algoritmų sudarymo konkursas (1986-1989).

Raktažodžiai: programavimo mokymas, uždavinių sprendimas, neakivaizdinis mokymas, konkursas, kūrybinis mąstymas.

**VILNIUS: INTELEKTUALIŲ PROGRAMŲ  
KONSTRAVIMO SISTEMA**

Albertas ČAPLINSKAS, Vilius MATULIS,  
Viktoras TONKICH

VILNIUS - intelektualinių taikomųjų programų sistema, leidžianti vartotojui formuluoti uždavinius parametrų išvardinimo kalbose ir atlikti automatinį skaičiavimo proceso planavimą. Ji orientuota į didelių projektų planavimo bei valdymo uždavinių sprendimo programų konstravimą, bet gali būti panaudota ir kitose taikymų srityse. Naudojant sistemą, galima pagal duotas specifikacijas iš turimų funkcinių modulių generuoti norimas intelektualias programas ir apjungti sugeneruotas programas į sudėtingesnius kompleksus. Sistema taip pat gali būti naudojama kaip programavimo aplinka funkcinių modulių programavimui.

Straipsnyje apžvelgiami tikslai, kurių buvo siekta projektuojant sistemą, jos istorija, aprašoma sistemos architektūra, trumpai aptariama sistemos naudojimo patirtis. Straipsnio gale duodamas trumpas palyginimas su kitomis panašaus pobūdžio sistemomis.

Raktažodžiai: intelektualinių programų generatoriai, programų konstravimo aplinka, gyvavimo ciklo modeliai.